Симметричный мультивибратор на ОУ

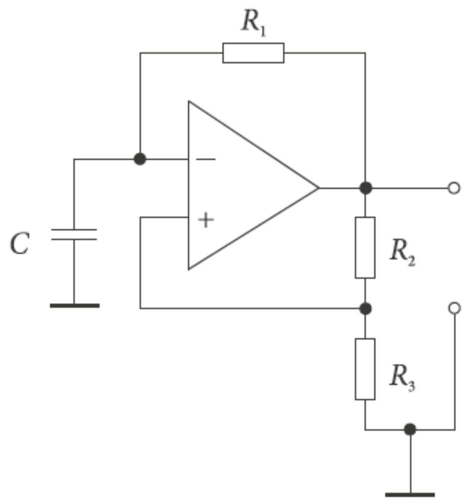

Рис. 1. Симметричный мультивибратор. Питание от симметричного двуполярного источника питания.

На неинвертирующий вход «+» ОУ подаётся часть выходного напряжения $U_{вых}$ через делитель R_2R_3, образуя положительную обратную связь с коэффициентом передачи:

$$\gamma = \frac{R_3}{R_2 + R_3};$$

Выходное напряжение на ОУ $U_{вых}$, значит и напряжение на входе «+» ОУ, остаётся неизменным в течение каждого полупериода.

На инвертирующий вход «-» ОУ подаётся напряжение с конденсатора *C* времязадающей цепочки R_1C. Конденсатор *C* заряжается выходным напряжением ОУ $U_{вых}$ через резистор R_1 положительным или отрицательным напряжением, в зависимости от состояния мультивибратора. В процессе зарядки напряжение на конденсаторе *C,* оно же на входе «-» ОУ, превышает (или становится ниже с учетом знака) напряжения входе «+» ОУ. В этот момент дифференциальное входное напряжение (разность напряжений на неинвертирующем и инвертирующем входах) на ОУ меняет полярность на противоположную. Выходное напряжение так же скачкообразно меняет полярность.

Пусть в момент включения мультивибратора конденсатор разряжен, и напряжение на входе «+» ОУ превысит значение на входе «-». Тогда, на выходе ОУ установится положительное выходное напряжение, близкое к положительному напряжению питания. Величина напряжения на входе «+»:

$$U^{+} = \gamma * U_{\text{вых}} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} * U_{\text{вых}};$$

Конденсатор *C* начинает заряжаться через резистор R_1 напряжением $U_{вых}$. В какой-то момент времени напряжение на входе «-» сначала сравняется с напряжением на входе «+», а затем превысит его: дифференциальное входное напряжение на ОУ меняет полярность на отрицательную. Напряжение на выходе ОУ так же начнёт снижаться для смены полярности. Снижение выходного напряжения вызовет снижение напряжения на входе «+» и ещё больше увеличит отрицательную разность напряжений на входах ОУ. В результате этого, выходное напряжение на ОУ скачкообразно изменит полярность и станет отрицательным, близким к отрицательному напряжению питания.

Заряженный конденсатор *C* разрядится до нуля через резистор R_1, а затем начнёт заряжаться отрицательным напряжением. В какой-то момент времени напряжение на входе «-» сначала сравняется с напряжением на входе «+», а затем станет ниже (с учетом знака!): дифференциальное входное напряжение на ОУ меняет полярность на положительную. Напряжение на выходе ОУ начнёт расти для смены полярности. Рост выходного напряжения вызовет рост напряжения на входе «+» и ещё больше увеличит разность напряжений на входах ОУ. В результате этого, выходное напряжение на ОУ скачкообразно изменит полярность и станет положительным, близким к положительному напряжению питания. Начинается новый такт работы мультивибратора.

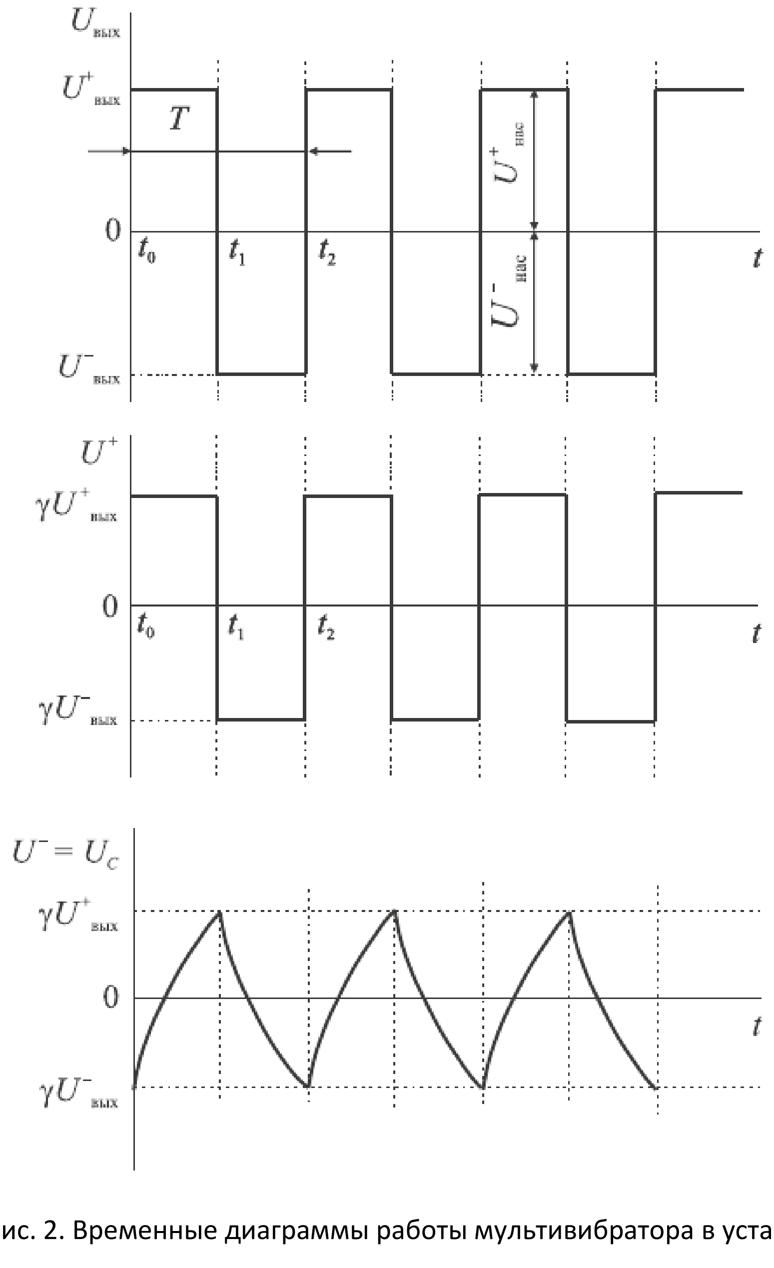

Рис. 2. Временные диаграммы работы мультивибратора в установившемся режиме.

По законам Кирхгоффа, ток, протекающий через конденсатор *C*, равен току через резистор R_1, а сумма напряжений на конденсаторе *C* и резисторе R_1 равна выходному напряжению.

$$i_c(t) = i_{R1}(t); \qquad U_c + U_{R1} = U_{\text{вых}};$$

Ток через конденсатор и резистор R_1:

$$i_c(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C\frac{dU_c(t)}{dt}; \quad i_{R1}(t) = \frac{U_{R1}(t)}{R_1};$$

Т.к. токи равны:

$$C\frac{dU_c(t)}{dt} = \frac{U_{R1}(t)}{R_1};$$

$$C\frac{dU_c(t)}{dt} = \frac{U_{\text{вых}} - U_c(t)}{R_1};$$

Соберём: напряжения в левой части равенства, а константы *C* и R_1 и дифференциал *dt* в правой:

$$\frac{dU_c(t)}{U_{\text{вых}} - U_c(t)} = \frac{dt}{R_1 C};$$

Проинтегрируем обе части равенства на временном промежутке от t_0 до t_1. Учтем, что в этом промежутке времени выходное напряжение ОУ: $U_{вых}$ - константа :

$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{dU_c(t)}{U_{\text{вых}} - U_c(t)} = \int_{t_0}^{t_1} \frac{dt}{R_1 C};$$

Используем метод подведения функции под знак дифференциала (метод замены переменной):

$$d(-x) = (-x)'dx = -dx; \qquad d(k - x) = (k - x)'dx = -dx; \;\; \text{где } k = const;$$

Если: $U_c(t) = x$, и $U_{\text{вых}} = const$, тогда: $-d\big(U_{\text{вых}} - U_c(t)\big) = dU_c(t)$;

Подставим в формулу:

$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{-d\big(U_{\text{вых}} - U_c(t)\big)}{U_{\text{вых}} - U_c(t)} = \int_{t_0}^{t_1} \frac{dt}{R_1 C};$$

Найдем первообразные:

$$-\ln\left|\big(U_{\text{вых}} - U_c(t)\big)\right| \Big|_{t_0}^{t_1} = \frac{t}{R_1 C}\Big|_{t_0}^{t_1};$$

Т.к. в интервале интегрирования справедливо: $U_{\text{вых}} > U_c(t)$; знак модуля под логарифмом можно опустить.

Введём коэффициент «постоянная времязадающей цепи генератора» («постоянная времени RC-цепи»): $\tau = R_1 C$;

Подставим пределы интегрирования:

$$-\left(\ln(U_{\text{вых}} - U_c(t_1) - \ln\left(U_{\text{вых}} - U_c(t_0)\right) \right) = \frac{t_1 - t_0}{\tau};$$

Используя свойство логарифма «разность логарифмов с одинаковым основанием есть логарифм частного»:

$$-\ln\frac{U_{\text{вых}} - U_c(t_1)}{U_{\text{вых}} - U_c(t_0)} = \frac{t_1 - t_0}{\tau};$$

Перенесём знак минус в правую часть и избавимся от натурального логарифма:

$$\frac{U_{\text{вых}} - U_c(t_1)}{U_{\text{вых}} - U_c(t_0)} = e^{-\frac{t_1 - t_0}{\tau}};$$

Преобразуем:

$$U_{\text{вых}} - U_c(t_1) = \left(U_{\text{вых}} - U_c(t_0)\right)e^{-\frac{t_1 - t_0}{\tau}};$$

$$U_c(t_1) = U_{\text{вых}} - \left(U_{\text{вых}} - U_c(t_0)\right)e^{\frac{t_1 - t_0}{\tau}};$$

В моменты смены полярности импульса (t_0 и t_1) напряжения на входах ОУ становятся равными, абсолютное значение определяется делителем R_2R_3, а знак определяется направлением смены полярности. Согласно третьему графику рис.2 подставим значения:

$$U_c(t_0) = -\gamma U_{\text{вых}}; \quad U_c(t_1) = \gamma U_{\text{вых}};$$

$$\gamma U_{\text{вых}} = U_{\text{вых}} - (U_{\text{вых}} + \gamma U_{\text{вых}})e^{-\frac{t_1 - t_0}{\tau}};$$

$$\gamma U_{\text{вых}} = U_{\text{вых}} - U_{\text{вых}}(1 + \gamma)e^{-\frac{t_1 - t_0}{\tau}};$$

$$\gamma = 1 - (1 + \gamma)e^{-\frac{t_1 - t_0}{\tau}};$$

$$1 - \gamma = (1 + \gamma)e^{-\frac{t_1 - t_0}{\tau}};$$

$$\frac{1 - \gamma}{1 + \gamma} = e^{-\frac{t_1 - t_0}{\tau}};$$

Длительность импульса: $t_{\text{и}} = t_1 - t_0$;

$$\ln\frac{1 - \gamma}{1 + \gamma} = -\frac{t_{\text{и}}}{\tau};$$

$$t_{\text{и}} = -\tau\ln\frac{1 - \gamma}{1 + \gamma} = \tau\ln\frac{1 + \gamma}{1 - \gamma};$$

Учитывая, что введённый ранее коэффициент передачи положительной обратной связи:

$$\gamma = \frac{R_3}{R_2 + R_3};$$

Подставим:

$$1 + \gamma = 1 + \frac{R_3}{R_2 + R_3} = \frac{R_2 + 2R_3}{R_2 + R_3};$$

$$1 - \gamma = 1 - \frac{R_3}{R_2 + R_3} = \frac{R_2}{R_2 + R_3};$$

$$\frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} = \frac{R_2 + 2R_3}{R_2} = 1 + \frac{2R_3}{R_2};$$

Используя всё вышесказанное для симметричного мультивибратора на ОУ справедливо:

- длительность импульса:

$$t_{и} = \tau \ln\left(1 + \frac{2R_3}{R_2}\right);$$

- период колебаний:

$$T = 2t_{и} = 2\tau \ln\left(1 + \frac{2R_3}{R_2}\right);$$

- частота генератора:

$$F = \frac{1}{T} = \frac{1}{2R_1 C \ln\left(1 + \frac{2R_3}{R_2}\right)};$$